午前の部　1　基礎物理数学<必須>

解答には途中の計算経過、および論理も明確に記すこと。もし、問題に不充分な点、誤った点があれば、その点を明記した上で自分で問題を修正し解答せよ。

1. 関数 $f(x) = \tan x$ を $x = 0$ の周りで x^3 の次数まで展開せよ。途中の計算過程も明確に示すこと。
2. $\cosh(\alpha + \beta), \sinh(\alpha + \beta)$ をそれぞれ $\cosh(\alpha), \cosh(\beta), \sinh(\alpha), \sinh(\beta)$ により表せ。途中の計算過程も明確に示すこと。
3. 以下の積分を計算せよ。途中の計算過程も明確に示すこと。

$$\text{(i)} \qquad \int_{-1}^{1} dx \frac{1}{a^2 - x^2}, \qquad a > 1$$

$$\text{(ii)} \qquad \int_{0}^{\pi} dx x^2 \sin^2 x$$

$$\text{(iii)} \qquad \int_{0}^{\infty} dx x^3 \exp\{-x^2\}$$

4. 次の微分方程式を初期条件 $N(t = 0) = N_0$ のもとで解け。γ, β は定数である。途中の計算過程も明確に示すこと。

$$\frac{d}{dt} N(t) = -\gamma N(t) + \beta$$

午前の部　2　力学Ⅰ／Ⅱ＜必須＞

下図のようになめらかな水平面上にあるばね定数 k のばねの一端を固定し、他端に質量 m の十分小さな物体をつける．図のように x 軸を設定し、ばねが自然の状態のときの物体の位置を座標原点 O とする．また, 物体は x 軸方向のみを運動する．

(1) 空気などの抵抗が物体に働かない場合、物体の位置が x である時の運動方程式を書け．ただし、$\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ とする．また、$t = 0$ での変位が x_0、および、初速度が 0 の時の x の解を求めよ．

次に物体に速さに比例した大きさの抵抗力が働く場合を考える．抵抗係数 (または, 単に比例定数) を $\Gamma\,(> 0)$ とする．

(2) この物体の運動方程式を書け．

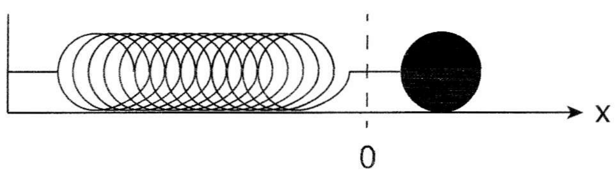
(3) $k = m\omega^2$, $\Gamma = 2m\gamma$ (γ は定数) とした時の x の微分方程式において、$\omega > \gamma$ の場合、一般解は $Ae^{-\gamma t}\ \sin(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}\ t) + Be^{-\gamma t}\ \cos(\sqrt{\omega^2 - \gamma^2}\ t)$ (ここで A, B は定数) であることを示せ．

(4) x の解の様子を特徴が分かるように、横軸を t、縦軸を x として図示せよ．ただし, $t = 0$ の時, $x = X_0$, および $\dot{x} = 0$ とする．

最後に、速度に比例した抵抗力は働かないが、ばねの固定端に外力 $F_0 \cos \Omega t$ が作用している場合 (F_0 および、Ω は定数) を考える．

(5) この場合の物体の運動方程式を書け．

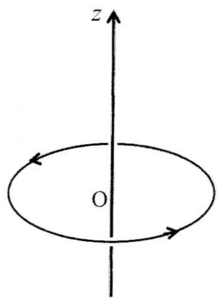
(6) (5) の運動方程式を解き、x の一般解を求めよ．(ヒント) 非斉次微分方程式 $\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx(t) = r(t)$ (a, b : 定数) の一般解は、斉次微分方程式 $\ddot{x}(t) + a\dot{x}(t) + bx(t) = 0$ の一般解と非斉次微分方程式の特解の和で与えられることを用いると良い．



午前の部　3　電磁気学＜必須＞

1. 無限に広い yz 平面（$x=0$）に一様に電荷（面電荷密度 σ）が分布している。
   (1) この面電荷がつくる電場を積分型のガウスの法則を用いて求めよ。
   (2) 静電ポテンシャルの大きさを求めよ。$x=0$ を基準点とする。

2. 原点を中心とした半径 a の円形回路が xy 平面上におかれている。右図のように、円形回路に反時計回りに電流 I が流れているとき、z 軸上での磁束密度の大きさ $B(z)$ を、以下のビオ・サバールの法則を用いて求めよ。



$$d\vec{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\frac{d\vec{s}\times(\vec{r}-\vec{r}')}{|\vec{r}-\vec{r}'|^3}$$

3. 2 の円形回路（電流 I が流れている）に一様な磁場 $\vec{B}=(B,0,0)$ をかけた。なお回路上の点の位置ベクトルは θ を用いて $(a\cos\theta, a\sin\theta, 0)$と表すことができる。
   (1) 円形回路に働く合力を求めよ。
   (2) 円形回路に働く力のモーメントを求めよ。