

## 2021年度実力テスト(基礎物理問題)

2022年1月20日(木)

11:00~12:00 60分

### 解答上の注意

- ・ 問題は全部で2題ある。全てに解答すること。
- ・ すべての解答用紙に学生番号・氏名を記入すること。
- ・ 答えは解答用紙の受験科目の該当項目に○をつけ、問題番号を記入し、一枚の解答用紙に一問の答えを記入すること。ただし、解答欄が不足する場合は裏面を使ってよい。その場合にはその旨を表面に明記すること。
- ・ 解答用紙はすべて提出すること。解答用紙が綴じてある場合には綴じたままの状態提出すること。
- ・ 途中退出は不可とする。

# 基礎物理問題1 基礎物理数学

解答用紙には途中の計算経過、および論理も明確に記すこと。

1. 関数  $f(x) = \log(1+x)$  の  $x=1$  のまわりでのテイラー展開を2次まで求めよ。ここで  $\log(x)$  は自然対数関数である。
2. 次の定積分を計算せよ。

$$\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} dx, \quad a: \text{実数}$$

3.  $U(r) = r^{-p}$ ,  $r = |\vec{r}| = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\vec{r} = (x, y)$ ,  $p$  は0ではない整数とする。  
 $\text{grad } U(r) = \nabla U(r) = \left( \frac{\partial U(r)}{\partial x}, \frac{\partial U(r)}{\partial y} \right)$  を計算せよ。
4. 2次元ベクトル関数  $\vec{G}(\vec{r}) = \left( \frac{x}{r^3}, \frac{y}{r^3} \right) = \left( \frac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}, \frac{y}{(x^2+y^2)^{3/2}} \right)$  の点  $(a, a)$  から点  $(b, b)$  に至る直線に沿っての線積分  $\int_{(a,a)}^{(b,b)} \vec{G}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}$  を計算せよ。 $a, b$  は実数で、 $0 < a < b$  とする。

## 基礎物理問題2 力学 I / II

水平から角度  $\theta$  傾いた斜面を、半径  $a$ 、質量  $M$  の一様な球がすべることなく、転がり落ちる運動を考える。また、重力加速度を  $g$  とする。

- (1) 球の中心軸まわりの慣性モーメントが  $\frac{2}{5}Ma^2$  となることを示せ。もし必要ならば、半径  $a$ 、質量  $M$  の一様な円板の中心を通り、円板に垂直な軸のまわりの慣性モーメントは  $\frac{1}{2}Ma^2$  であることを用いても良い。
- (2) 図のように球の重心が運動する平面を  $X, Y$  軸したとき、重心の運動方程式と回転の運動方程式を書け。ただし、球と斜面との接点での摩擦力を  $F$ 、球が斜面から受ける垂直抗力を  $R$ 、球の回転角を  $\phi$ 、球の中心軸まわりの慣性モーメントを  $I$  とする。
- (3) 時刻  $t = 0$  における重心の位置を  $X = 0$ 、速度が  $0$  であったとした時、 $X$  の運動を解け。
- (4) 球が  $X = l$  だけ移動した時の位置エネルギーの減少は球の運動エネルギーと回転エネルギーの和と等しくなっている事を示せ。

