

マクロ系の摩擦—紙, 岩石から地震へ—

松川 宏

青山学院大学理工学部

〒229-8558 神奈川県相模原市淵野辺 5-10-1

Friction of Macroscopic Systems – from Paper and Rock to Earthquake –

Hiroshi MATSUKAWA

Department of Physics and Mathematics, Aoyama Gakuin University

5-10-1 Fuchinobe, Sagamihara 229-8558, JAPAN

The frictional phenomena appear in various systems. Their scales spread to extraordinary wide range. The frictional systems of large scale extend to landslide, glacier and earthquake, while those of small scale reach to sub-nanometer. There are universal behaviors in friction which are independent from the scale of the system. Typical examples are the maximum static frictional force, which is the threshold strength of the external force to cause the translational motion, and the kinetic frictional force, which results from energy dissipation accompanied by the caused motion. Besides these, stick-slip phenomena, memory effect of static frictional force, velocity dependence of kinetic frictional force and so on appear in various systems with wide range of scale. There are common mechanisms in these universal phenomena. Here we review frictional phenomena of various systems from a unified point of view.

friction, stick-slip, actual contact point, actual contact area, Amontons-Coulomb's law, adhesion theory, earthquake, Gutenberg-Richter's law

摩擦は最も身近な物理現象の一つであり、ピラミッドの古代から研究されてきたが、未だに未解決の基礎的問題も多い<sup>1-4)</sup>。また、摩擦は多様な舞台で現れる現象である。そのスケールは、我々の日常生活を基準にして考えれば、大きな舞台は地滑り、氷河の運動から地震という  $10^3\text{m}$  のスケールまで、一方、小さな舞台はマイクロからサブナノスケールに及ぶ。このように  $10^3\sim 10^{-10}\text{m}$  という広い範囲の舞台で現れるが、そこにはスケールに依らない普遍的な現象がある。運動を引き起こす外力の閾値である最大静摩擦力と、動きに伴うエネルギー散逸に起因する動摩擦力の存在がその典型例である。滑りと固着を繰り返すスティック・スリップ運動や静摩擦力に現れる記憶効果、動摩擦力の速度依存性も、舞台のスケールに依らず現れる。そして、そこには共通する機構がある。幅広い摩擦現象をできる限り統一的観点から概観してみる。

## 1, アモンソン-クーロンの法則

Fig. 1に示すような二つの固体の間の滑り摩擦を考えよう。このようなマクロな系の摩擦については、次のアモンソン-クーロンの法則が広く成り立つ事が知られている<sup>1-4)</sup>。

- 1) 摩擦は見かけの接触面積に依らない。
- 2) 摩擦力は荷重に比例する。
- 3) 動摩擦力は最大静摩擦力より小さく、速度に依らない。

摩擦力を荷重で割った量を摩擦係数というが、これが見かけの接触面積にも荷重にもよらないことになる。この法則のうち、1, 2) はすでにレオナルド・ダ・ヴィンチが発見していたものである。彼の発見は一度、歴史の中に埋もれてしまい、その後、産業革命の時代にアモンソン、クーロンによって再発見された。そのため、上記の法則はアモンソン-クーロンの法則と呼ばれる。

この法則の成り立つ機構については今日、次の凝着説が広く信じられている<sup>1-4)</sup>。通常の固体表面はマイクロスケールで見れば、凸凹がある。そのような固体を接触させると、原子間力、分子間力により凝着するのは、一部の凸と凸同士である。凸をアスペリティ、その凝着している部分を真実接触点、その総面積を真実接触面積と呼ぶ。見かけの接触面積に比べ真実接触面積は小さく（通常、 $10^{-2}$ 以下のオーダー）、そこでの圧力は極めて高くなり、一定の塑性流動圧力  $p_p$  に達していると考ええる。真実接触点での圧力が一定なのであるから、荷重  $L$  を支えるためには真実接触面積  $A_r$  が増えるしかない。こうして  $A_r=L/p_p$  となる。この真実接触点では原子間力、分子間力による凝着が起こっている。剪断力を加えて一方の物体を動かすには、その凝着を切らねばならない。そのために必要な力が最大静摩擦力である。従って、最大静摩擦力  $F_{max}$  は凝着を切るのに必要な単位面積あたりの力である剪断強さ  $\tau_s$  を使って、 $F_{max}=\tau_s L/p_p$  と表され、摩擦係数  $\mu$  は  $\mu=\tau_s /p_p$  となり、見かけの接触面積にも荷重にも依らないので、アモンソン-クーロンの法則の1, 2) が説明された。これが摩擦の凝着説であ

る。この説の要点は真実接触面積が荷重に比例することである。これは今日、幾つかの方法で確かめられている。しかし、摩擦発生の機構については他の説も提案されており、まだ解決済みの問題とは言えない段階であろう<sup>5)</sup>。3)の動摩擦の振る舞いについては次節で論じる。

## 2, 紙, 岩石の摩擦

さて、我々は日常生活でも引き戸の開閉などで、一定速度の滑り運動が不安定になり、固着と滑りを繰り返すスティック・スリップ運動が起こる場合があるのを知っている。ではどのような条件下でそのような運動が起こるのだろうか、アモンソン・クーロンの法則はどこまで成り立つのであろうか？このような問題意識での実験が紙を舞台として行われた<sup>6)</sup>。用いるのは市販の厚紙で、台に厚紙を貼り、その上に重りを載せた厚紙をおき、それを後ろから一定速度で駆動されるバネで押してやる。

Fig. 2はこの系で観測された運動の様子である。縦軸は上の厚紙を駆動するバネのたわみであり、横軸は時間である。重りが重いとある時間の間、上の厚紙は静止し続け、その間、バネのたわみは増加し続ける。そしてバネの力が最大静摩擦力に達したときに厚紙は滑り、バネの力が緩和し、再び厚紙は静止する。このように、静止-スティック-と滑り-スリップ-を繰り返す、スティック・スリップ運動が現れている。そして、重りを軽くするとその振幅が小さくなり、ある臨界値より軽いと一定速度の滑り運動が現れる。

じつは、このスティック・スリップ運動が先に紹介したアモンソン・クーロンの法則の3)の動摩擦力の振る舞いの原因であると考えられている<sup>2,3)</sup>。3)は一定速度での運動の際の動摩擦力の振る舞いである。しかし、その定常的な運動は重心の運動についてである。一般に重心が並進運動をするとき、Fig. 3に示すように個々の真実接触点は生まれ、変形し、消滅する、というサイクルを繰り返す。このとき、重心が一定速度で動いていても、個々の真実接触点はスティック・スリップ運動をしている。

そして、スリップの高速運動の時に、大きなエネルギー散逸を起し、これが動摩擦への主要な寄与と考えられる。このスリップの速度は重心の滑り速度とは無関係である。そのため、動摩擦力は滑り速度に依らなくなるのである。この局所的なスティック・スリップ運動が速度に依存しない動摩擦を生じることは、微視的なモデルでは確かめられている<sup>3,7)</sup>。

しかし、動摩擦力が滑り速度に依らないというのはあくまで限られた速度領域でみた場合、あるいは後述する有限温度の効果が無視できる系での話であり、一般には第0近似的な振る舞いである。Fig. 4の黒丸は同じく厚紙の、一定速度での滑り運動の領域での動摩擦係数の速度依存性を示している<sup>6)</sup>。この範囲で見ると動摩擦係数は明らかに速度依存性があり、対数関数的に減少している。アモントン-クーロンの法則の(3)はこのような広い速度範囲でみると成り立たない。一方、このFig.の白丸は静摩擦係数の待機時間 $t_{\text{stick}}$ 、すなわち滑る前の静止時間、依存性であり、ある長さ $D_c$ を $t_{\text{stick}}$ で割った量に対してプロットしてある。この系の最大静摩擦力は待機時間に依存し、滑る前の静止時間が長いほど大きくなる、のである。そして黒丸と白丸は同じ直線にのる、つまり最大静摩擦力の待機時間依存性は動摩擦力の速度依存性でスケールされる。

このような静摩擦力の対数関数的待機時間依存は決して今の系に限られる特殊な現象ではない。Fig. 5に砂岩、鋼、PMMA(高分子材料)、厚紙の静摩擦係数の待機時間依存性を示す<sup>3,8)</sup>。このように対数関数的待機時間依存性は多くの物質で観測されており、一般的性質であると考えられる。この待機時間依存性は、最大静摩擦力が止まっている時間を覚えているという記憶効果である。

では、動摩擦力の速度依存性はどのようなのであろうか？これについても過渡現象まで含めて研究されている。Fig. 6にさまざまな物質の摩擦係数の駆動速度の変化に対する応答をしめす<sup>2,3,9,10)</sup>。一般に駆動速度を増加(減少)させたとき、摩擦係数は瞬時に増加(減少)し、その後、ゆっくりと、その速度での定常的な値に緩和していく。

このように速度変化に対しては瞬時に対応する過程-直接過程-とゆっくりと対応する過程-間接過程-が存在する。これについては後に詳述する。

このように一般的に、動摩擦力は駆動速度に、最大静摩擦力は待機時間に依存する。しかし、その依存性が弱く、通常の実験は限られた速度領域、限られた待機時間範囲で行われるため、顕著には表れず、アモントン-クーロンの法則が成立して見えると考えられる。

#### 4, 摩擦の構成則

では、摩擦力の待機時間依存性と速度依存性をもたらす機構は何であろうか？

Fig. 7にアクリルガラスの真実接触点の待機時間依存性を示す<sup>2,3,9)</sup>。真実接触点を観測するのは容易ではないが、ここではアクリルガラスという透明な試料を用いて、透過光により真実接触点を観測している。2枚のアクリルガラスをセットしてからの待機時間とともに、真実接触面積が増加していることがわかる。その増加の時間依存性が対数関数的であることも実験により確かめられている。この真実接触面積の増加が最大静摩擦力の増加をもたらすことは、凝着説の説明からわかるだろう。一方、動いているときには、各真実接触点は先に述べたように、生成、変形、消滅を繰り返しており、真実接触点の平均の“待機時間”は重心の滑り速度に反比例するだろう。すると、この真実接触面積の待機時間依存性は対数関数的に速度とともに減少する動摩擦力を生じることになる。これは、Fig. 4で見た厚紙の動摩擦力の振る舞いを説明する。しかし、この機構だけでは、Fig. 6の速度変化に応答する2つの過程-直接過程と間接過程-の存在が説明できない。

このような摩擦の待機時間依存性、速度依存性を説明する摩擦の構成則と呼ばれる現象論的モデルが提案されている<sup>2,3,10-12)</sup>。瞬間的な重心速度  $v$  だけで系の振る舞いを記述できないことは明かである。そこで、もう一つ、系の状態を表す変数  $\theta$ -状態変数

と呼ばれる-を導入する。そして、摩擦係数 $\mu$ は次のように表されるとする。

$$\mu = \mu_0 + A \ln\left[1 + \frac{v}{v_0}\right] + B \ln\left[1 + \frac{\theta}{\theta_0}\right] \quad (1)$$

ここで、 $A, B, v_0, \theta_0$ は定数である。実際に問題となる速度 $v$  および状態変数 $\theta$ は ( $v=0$ の場合を除き)  $v_0, \theta_0$ に比べ十分大きく、そこでは上の式は、

$$\mu = \mu_0 + A \ln\left[\frac{v}{v_0}\right] + B \ln\left[\frac{\theta}{\theta_0}\right] \quad (2)$$

となる。(1, 2)式第2項を直接項、第3項を間接項という。状態変数 $\theta$ は次の方程式に従って時間発展する。

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = 1 - \frac{\theta v}{D_c} \quad (3)$$

ここで $D_c$ は長さの次元を持つ定数である。この時間発展方程式の解は容易に求まり、重心の座標 $x_G(t)$ を用いて次のように表される。

$$\theta(t) = \int_0^t \exp\left\{-\frac{x_G(t) - x_G(t')}{D_c}\right\} dt' \quad (4)$$

先ず静止状態を考えてみよう。このとき(4)より $\theta=t$ となりこれと $v=0$ を(1)に代入し、 $\mu = \text{const.} + B \ln t$ を得る。これより静摩擦係数は待機時間に対数関数的に依存することになる。一方、定常滑りの状態では、状態変数は時間変化しないので、(4)より $\theta = D_c/v$ となり、これを(1)に代入して

$$\mu = \text{const.} + (A-B) \ln v \quad (5)$$

と速度に対数関数的に依存する動摩擦係数を得る。一方、速度変化に対する応答では、(3,4)式を通じての $\theta$ の時間発展には有限の時間が必要なため、間接項の応答には遅れが生じる。これに対して、直接項は瞬時に応答するので Fig. 6 の振る舞いを説明できる。Fig. 6 の一番上の線は(1~4)式によって表される振る舞いを描いたものである。こうして、摩擦の構成則という現象論により摩擦力の待機時間依存性と速度依存性が再



現できた。

では、この摩擦の構成則の背後にある微視的機構は何であろうか？ 先ず直接過程から考えてみよう。これは真実接触点を構成するアスペリティのクリープ運動によると考えられている<sup>236)</sup>。現実の物質では摩擦面のアスペリティの位置、形状はランダムであるが、1つのアスペリティに注目しその1次元運動を考え、これが接するもう一方の面から受ける相互作用を、簡単のため位置に関しての周期ポテンシャルで表そう。ここに外力が加わると、このアスペリティは Fig. 8 のような傾いた周期ポテンシャル中の質点としてモデル化することができる。傾きは駆動力により生じる。温度は十分低温で、アスペリティはほとんどの時間、ポテンシャルの谷底にいるが、時々熱揺らぎにより、左右のポテンシャルバリアーを越え運動するものとする。このとき、アスペリティの座標  $x$  の時間発展は次のように表すことができる。

$$\frac{dx}{dt} = a\omega_0 \left\{ \exp \left[ \frac{-\Delta U_{\rightarrow}}{k_B T} \right] - \exp \left[ \frac{-\Delta U_{\leftarrow}}{k_B T} \right] \right\}$$

ここで  $a$  はポテンシャルの周期、 $\omega_0$  はアテンプト周波数、 $k_B$  はボルツマン定数、 $T$  は温度である。十分低温を考えることにし左のより高いバリアーを越える確率を無視する。さらにポテンシャルバリアー  $\Delta U$  が外力  $F_{\text{ext}}$  の無い場合のバリアーの高さ  $U_0$  を用いて、 $U_0 - F_{\text{ext}}x$  と表される事、定常運動では外力と摩擦力は等しい事を使うと、

$$F_{\text{fric}}(v) = F_{\text{fric}}^0 + A' \ln v$$

を得る。これが直接項である。このように速度とともに対数関数的に増加する摩擦力は摩擦力顕微鏡を用いた実験でも観測されている<sup>13)</sup>。摩擦力顕微鏡の針を1つのアスペリティと考えれば当然の結果であろう。

一方、一定の荷重下では各真実接触点に垂直応力が加わり、これにより真実接触点は塑性変形する<sup>23)</sup>。この塑性変形はアスペリティ内の転位のクリープ運動によるものである。このときも上と同じような熱活性化型の運動が生じて、その結果、先に見た

ように真実接触面積が待機時間とともに増加する。この増加の様子は対数関数的であることを簡単なモデルでは示すことができる。さらに待機時間を運動状態にまで一般化し状態変数を導くことも可能であり、間接項を得ることができる。このようにして、ある程度微視的なモデルから出発して摩擦の構成則を導くことができる。

これらのクリープ運動はバリアを乗り越える熱活性化型過程によるものであり、有限温度の効果である。バリアの高さに比べて十分低温では、これらの効果は無視できる。そこでは、動摩擦力の速度依存性や最大静摩擦力の待機時間依存性も無くなると期待される。

#### 4, スティック・スリップ運動と地震

前節までで、摩擦力には待機時間と速度への依存性があることを紹介し、それを記述する摩擦の構成則という現象論、さらにそれを導く微視的機構を議論してきた。ここで、定常状態での摩擦の速度依存性の式(5)をもう一度、みてみよう。 $\ln v$ の前の係数(A-B)が正なら、摩擦力は速度とともに増加し、負なら減少する。後者の場合、一定速度での運動が不安定となる。揺らぎにより速度が増加すれば摩擦力が減少し、さらに速度が増加するからである。一定速度の運動が不安定化して起こるのは先に述べたスティック・スリップ運動である<sup>2,3,5,10,11</sup>。

さて、スティック・スリップ運動も至る所に現れる現象であるが、そのうち最もスケールの大きな現象の一つが地震であろう<sup>2,3,5,10,11</sup>。地震には幾つかの機構があるが、多くの巨大地震が属するプレート間地震の機構を Fig. 9 に示す。太平洋から大陸プレートが進んできて、大陸プレートにぶつかると、海洋プレートの方が重いので下に潜り込む。その際、大陸プレートも一緒に引きずり込み、大陸プレートは歪む。これはスティック状態である。その歪みを戻そうとする復元力がプレート間の最大静摩擦力に達したところで大陸プレートはスリップする。これがプレート間地震である。このように地震はスティック・スリップ運動の一種と考えられるわけであるが、先に述べ

た厚紙の摩擦などに現れるスティック・スリップ運動とは大きな違いがある。それは、後者は周期的であるが、地震は非周期的であり、その頻度分布がグーテンベルグ・リヒター則という冪乗則に従う、つまり2倍強い地震は  $1/2^a$  の頻度でしか起こらない、という点である<sup>2,3,10,11)</sup>。このグーテンベルグ・リヒター則の成立範囲、成立機構などに関しても観測、実験、計算機シミュレーションなどによる多くの研究があり摩擦の問題としても極めて興味深いものがあるが、ここでは紙幅の関係で割愛する<sup>3,14,15)</sup>。

スティック・スリップ運動が起こる条件を再び議論する<sup>2,3,10,11)</sup>。先に摩擦力が速度とともに減少するとき、スティック・スリップ運動が起こると述べた。それは摩擦力が瞬間的な速度だけで決まる場合である。一般にはそうはならず、摩擦の構成則でもわかるように、摩擦力の速度変化に対する応答には遅れがある。そのときは、スティック・スリップ運動の起こる条件は駆動系の有効バネ定数にも依存する。しかし、摩擦力が速度とともに減少すること、摩擦力の速度依存性の式(5)でいえば(A-B)が負になることが必要条件であることに変わりはない。地震の多発帯として有名なカリフォルニアのサン・アンドレアス断層でのプレートを構成する主要岩石である花崗岩について、この(A-B)の温度、圧力依存性の測定が行われた。地中では深度とともに温度、圧力が増加する。この実験を基にサン・アンドレアス断層における(A-B)の深度依存性を評価したのが、Fig. 10の左のパネルである。青の領域が(A-B)が正で定常運動が安定であり、深度3~15kmの領域では負になっている。一方、右のパネルはこの断層の地震の震源の深度分布である。(A-B)が負の領域に震源が集中していることがわかる。このように地震の発生はその断層を構成する岩石の摩擦のパラメーターで決まっているのである。

#### 参考文献

1, 摩擦についての一般的な解説書として、曾田範宗：“摩擦のはなし”，岩波新書(1971)がある。身近な摩擦の実験や人間生活と摩擦の関係、摩擦の研究、理解の歴史にまで

ふれた名著である.

- 2, 物理的視点から幅広い題材を扱った教科書として B. N. J. Persson: "Sliding Friction---Physical Principles and Applications-" 2nd edition, Springer (2000).
- 3, 松川宏: “滑りと摩擦の科学”, 培風館 非線形科学シリーズ: 液晶のパターンダイナミクス、滑りと摩擦の科学、(2009)。
- 4, 最近の会議録として"Proceedings of International Conference on Science of Friction, Irigo 2007", ed. by K. Miura and H. Matsukawa, Journal of Physics: Conference Series **89** (2007).
- 5, G. He, M. H. Musser and M. O. Robbins: Science **284**, 1650 (1999).
- 6, F. Heslot, T. Baumberger, B. Perrin, B. Caroli and C. Caroli: Phys. Rev. **E49**, 4973 (1994).
- 7, H. Matsukawa and H. Fukuyama: Phys. Rev. **B49**, 17286 (1994).
- 8, T. Baumberger: Solid State Commun. **102**, 175 (1997).
- 9, J. H. Dieterich and B. D. Kilgore: Pure and Appl. Geophys. **143**, 283 (1994).
- 10, C. H. Scholz: "The Mechanics of Earthquake and Faulting", Cambridge Univ. Press, (1990) (邦訳 “地震と断層の力学”, 柳谷俊訳, 古今書院(1993)) .
- 11, C. H. Scholz: Nature **391**, 37 (1998).
- 12, A. L. Ruina: J. Geophys. Res. **88**, p.10359 (1983).
- 13, R. Bennewitz, E. Gnecco, T. Gyalog and E. Meyer: Tribology Lett., **10** 51 (2001).
- 14, J. N. Carlson and J. S. Langer: Phys. Rev. Lett. **62**, 2632 (1989).
- 15, T. Saitou and H. Matsukawa: Journal of Physics: Conference Series **89**. 012016 (2007).

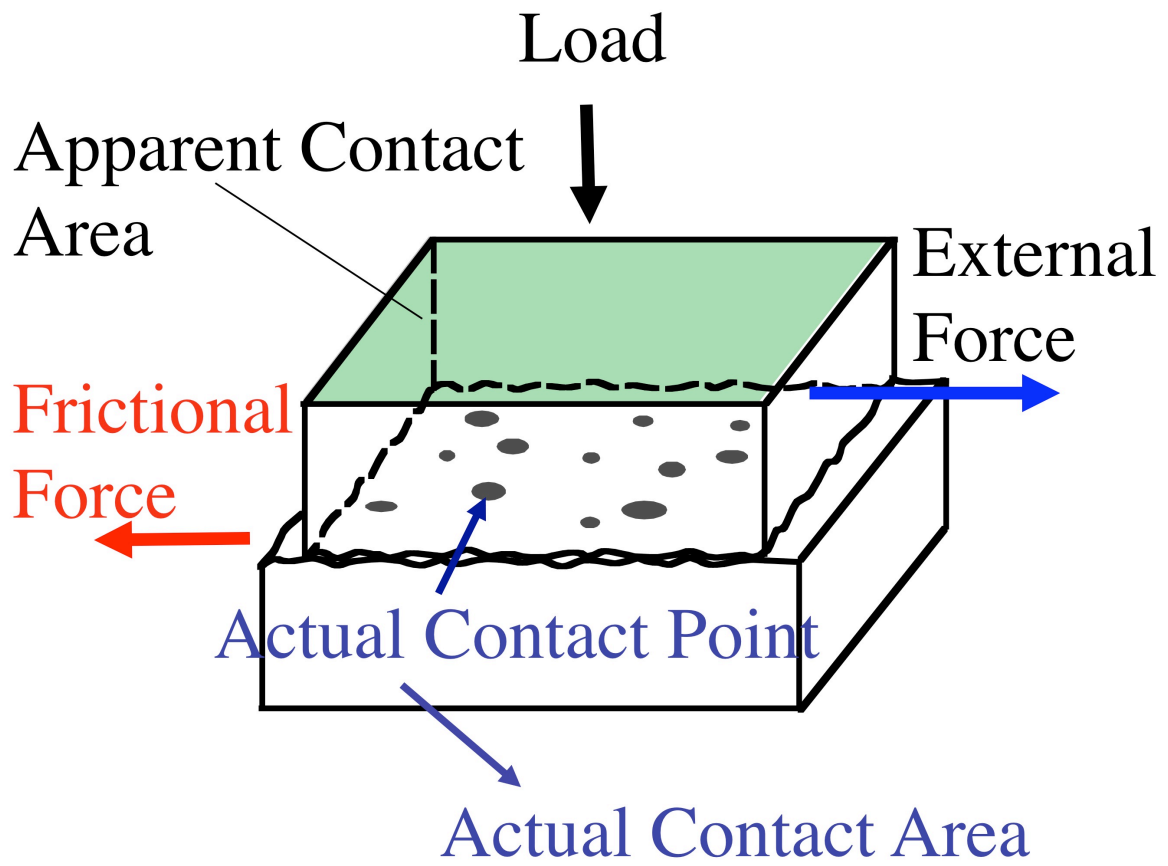


Fig. 1 , Sliding friction and actual contact points.

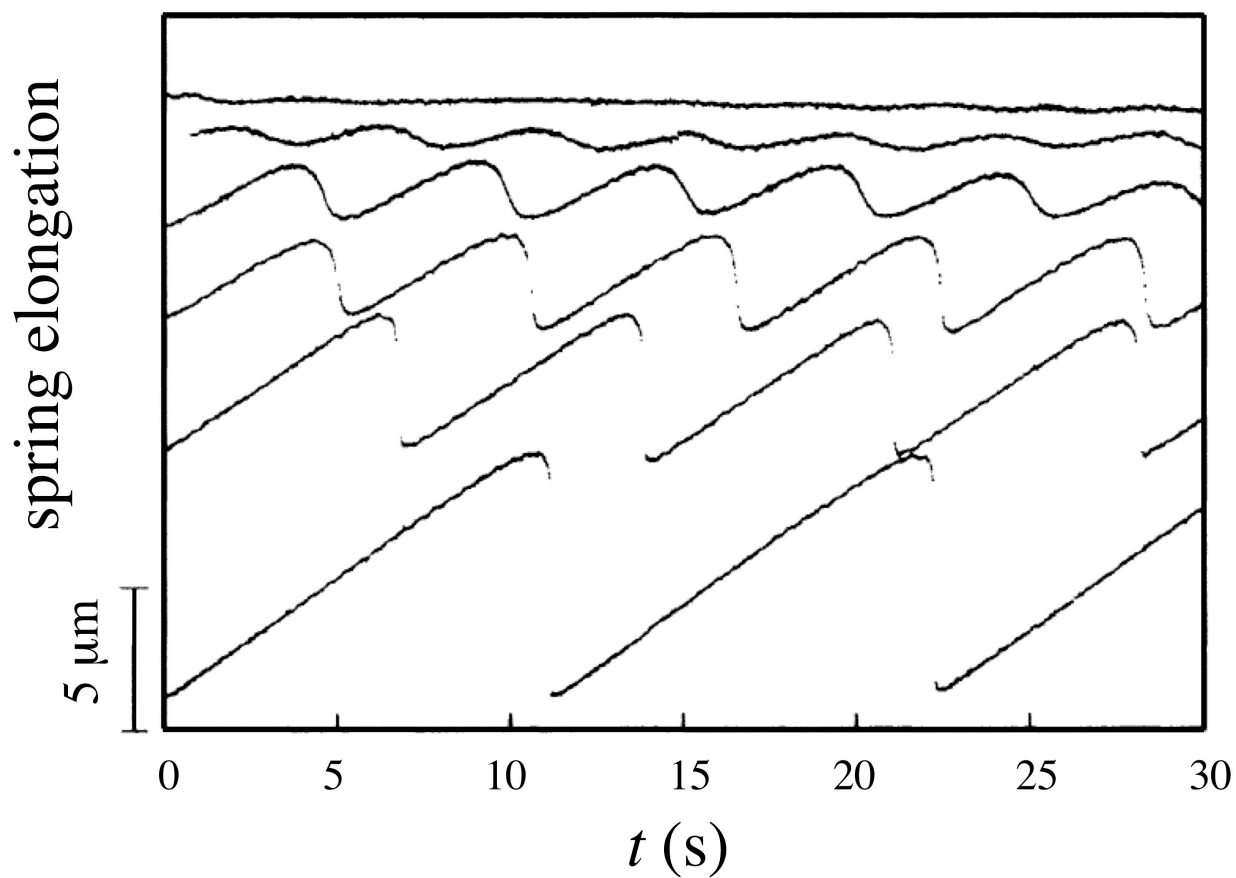


Fig. 2, Stick-slip motion of Bristol board<sup>6)</sup>. Upper (lower) curves represent the time evolution of driving-spring elongation with lighter (heavier) weight.

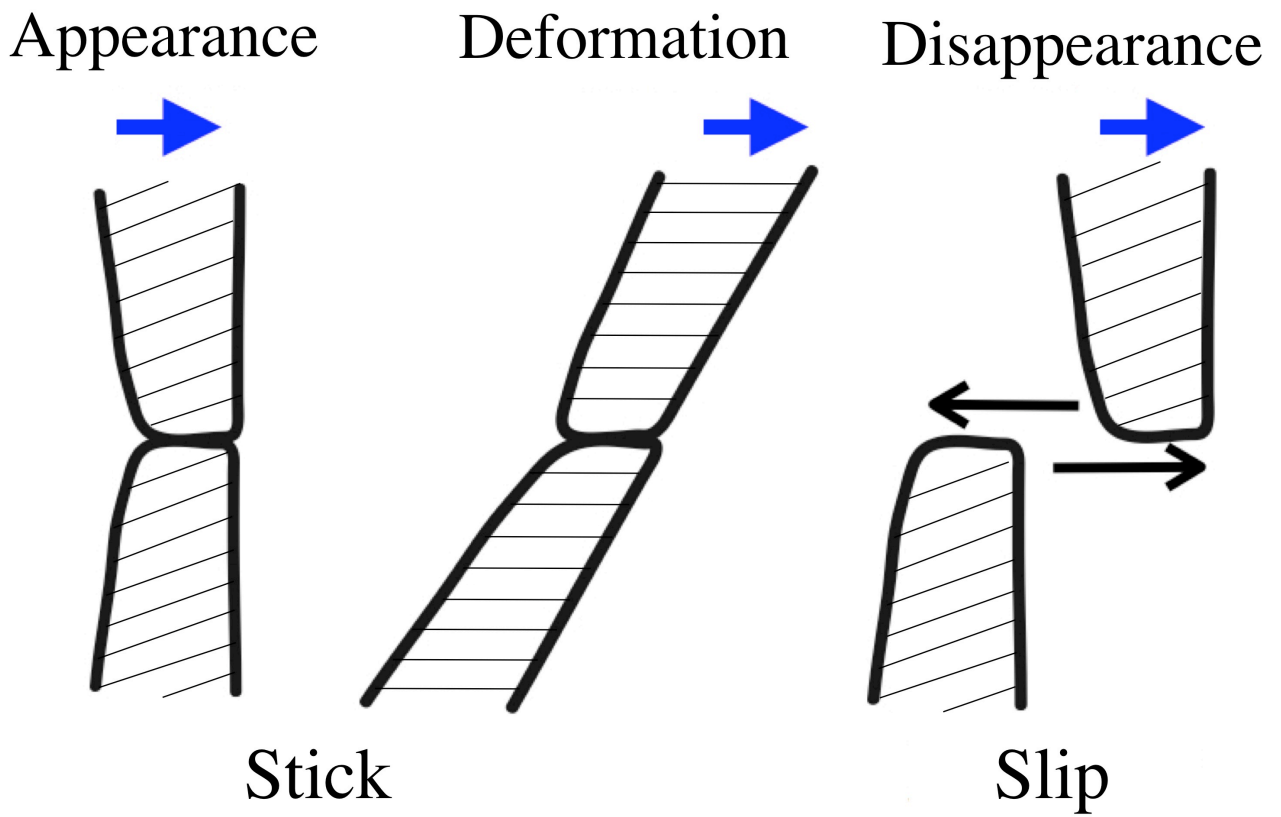


Fig. 3, Appearance, deformation and disappearance of an actual contact point during sliding motion.

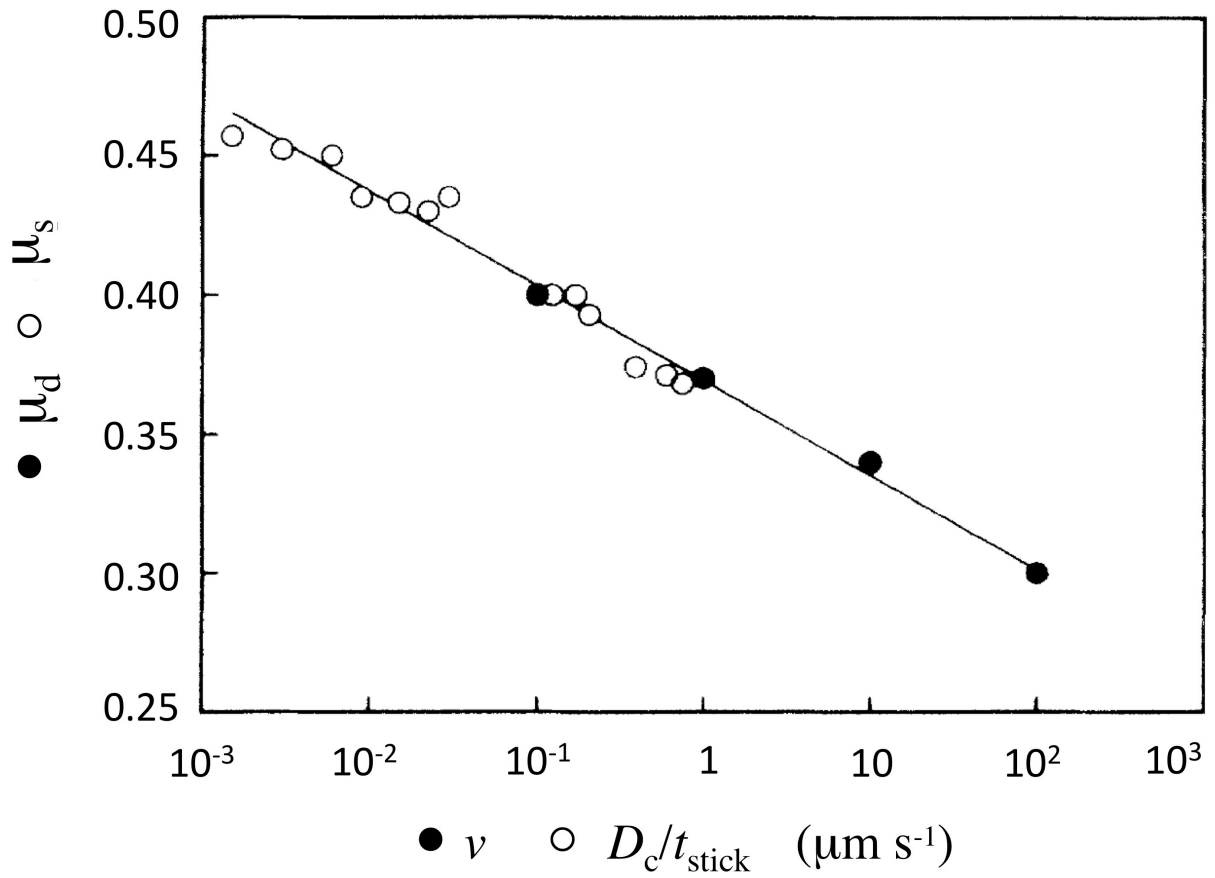


Fig. 4, The velocity,  $v$ , dependence of the kinetic frictional coefficient  $\mu_k$  (black circle) and the waiting time,  $t_{\text{stick}}$ , dependence of the static frictional coefficient  $\mu_s$  (open circle)<sup>6</sup>.



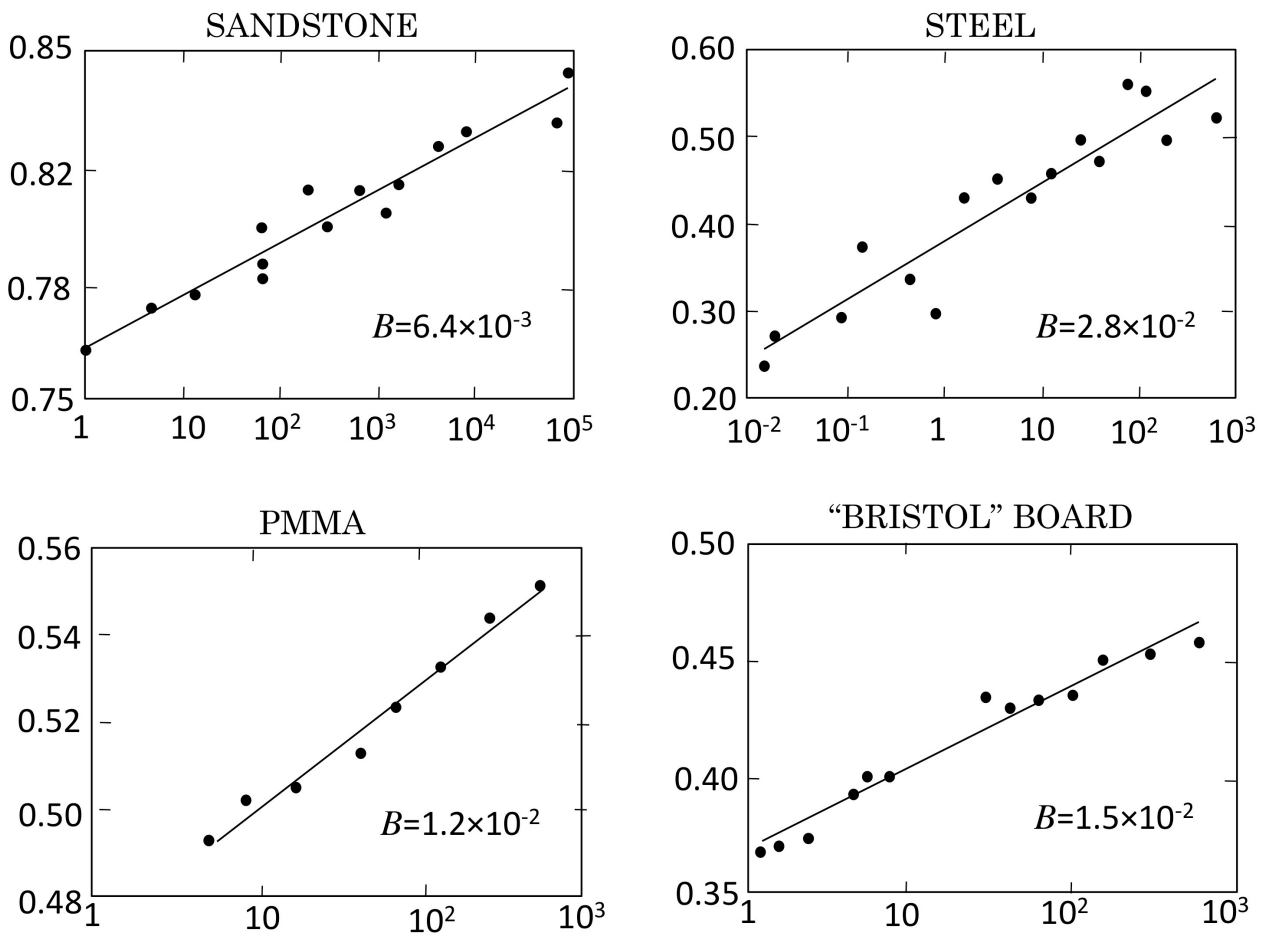


Fig. 5, The waiting time  $t_{\text{wait}}$  dependence of the static frictional coefficient  $\mu_s$  of sandstone, steel, PMMA and Bristol board<sup>8)</sup>. The vertical and horizontal axes are  $\mu_s$  and  $t_{\text{stick}}$  (s), respectively. The parameter  $B$  comes from the logarithmic fit  $\mu_s(t_{\text{wait}}) = \mu_0' + B \ln(t_{\text{wait}})$ . See eqs.(2, 4).

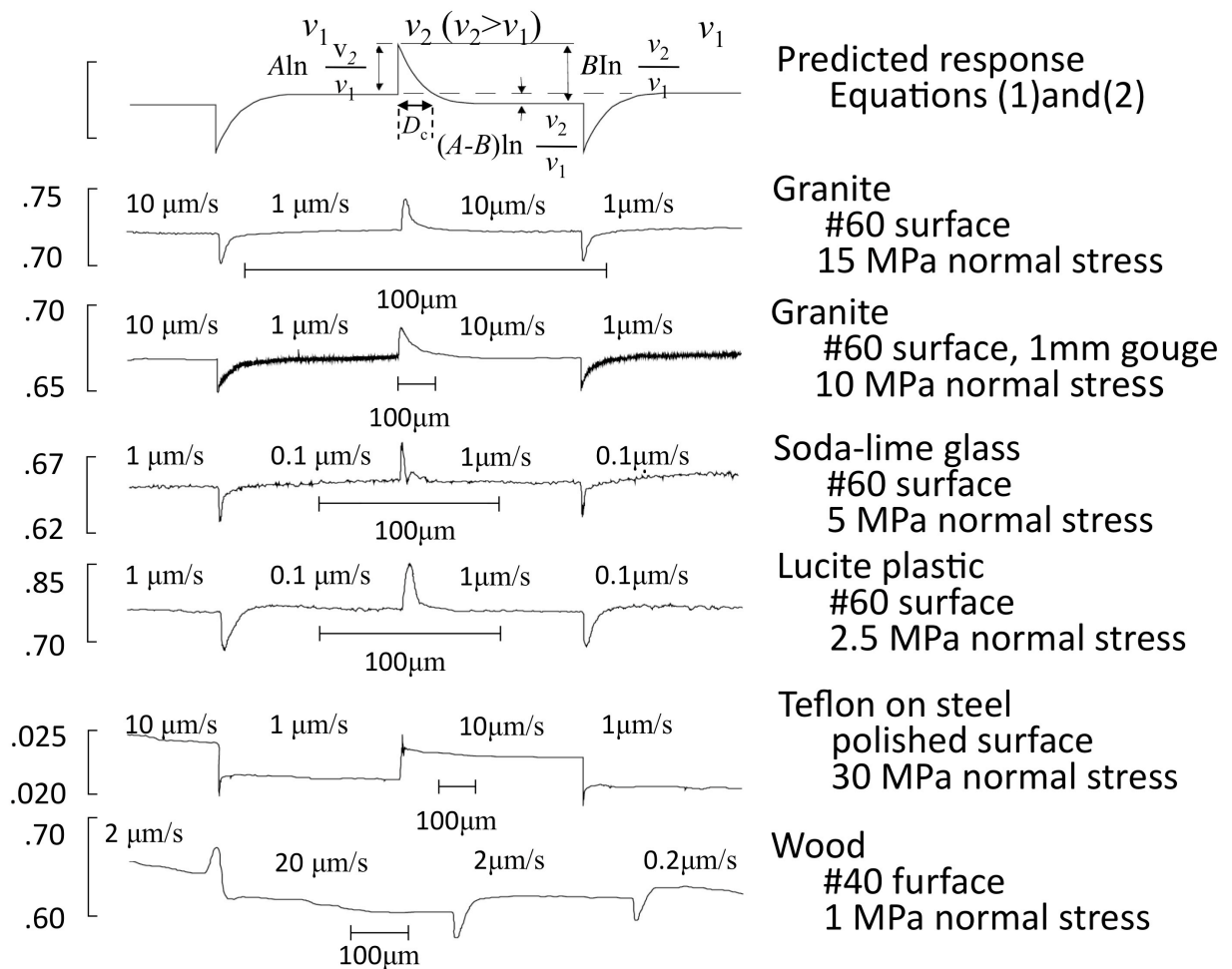


Fig. 6 , The response of the kinetic frictional coefficient against the change of the driving velocity of granite, soda-lime glass, lucite plastic, teflon on steel and wood<sup>9</sup>).

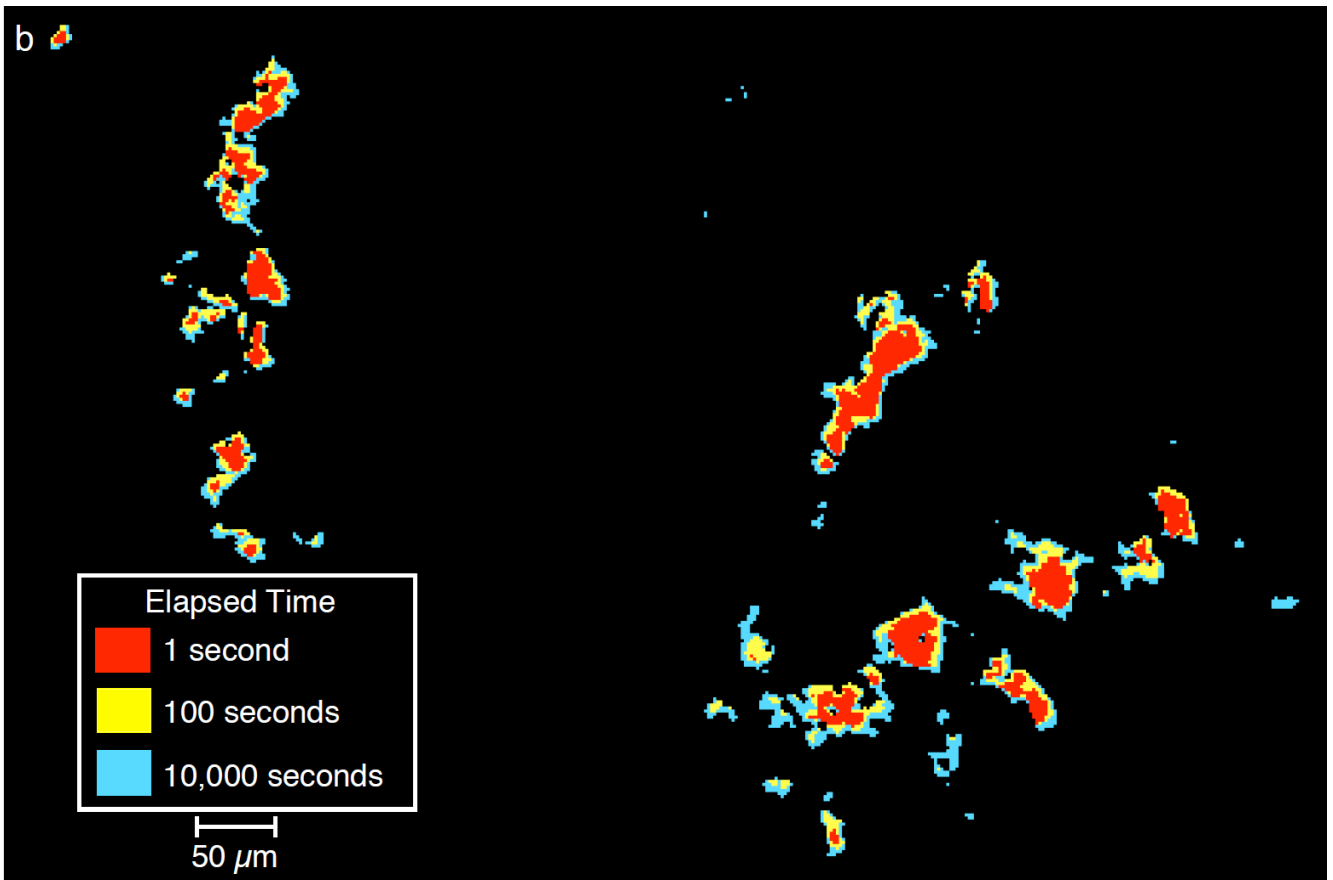


Fig. 7 , The waiting time dependence of actual contact points between surfaces of acrylic plastic<sup>9)</sup>. The red, yellow and blue area represent actual contact area for  $\tau_{\text{stick}} = 1, 100, 10000$  s, respectively.

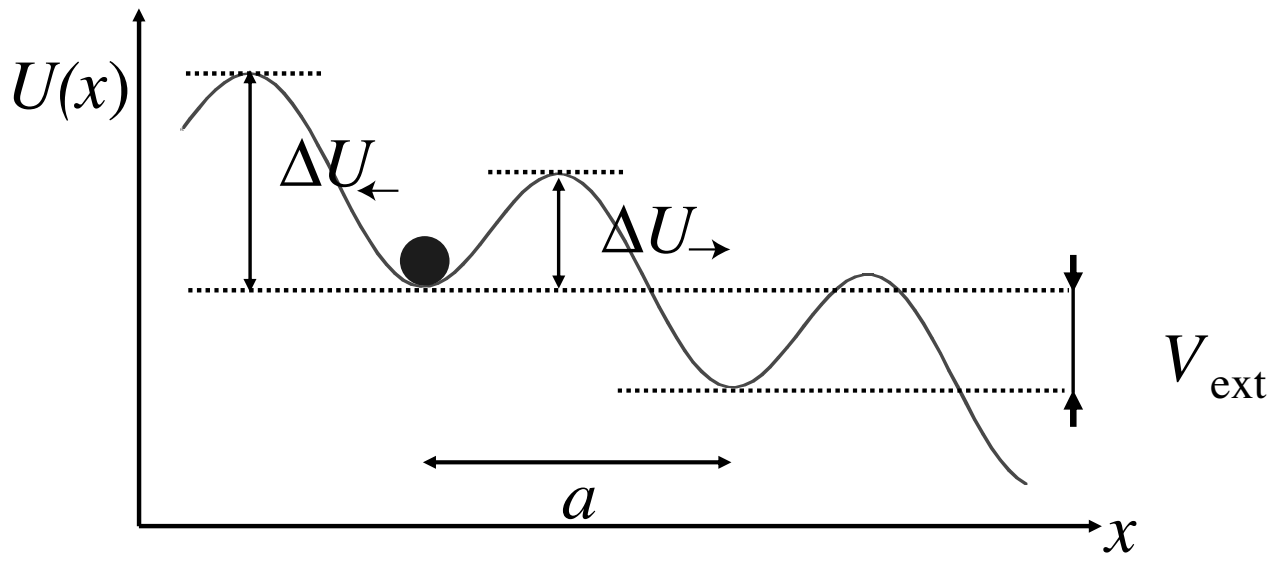


Fig. 8, An point particle in a tilted periodic potential.

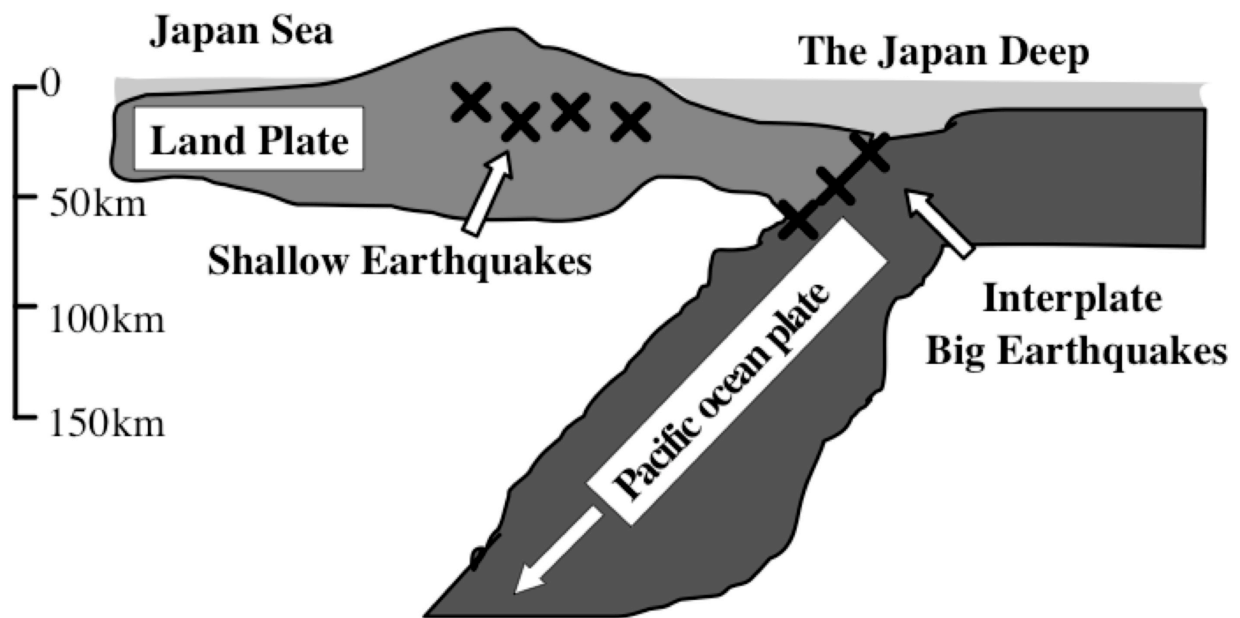


Fig. 9, Plates around Japan and the interplate earthquake. The shape of the plates is simplified.

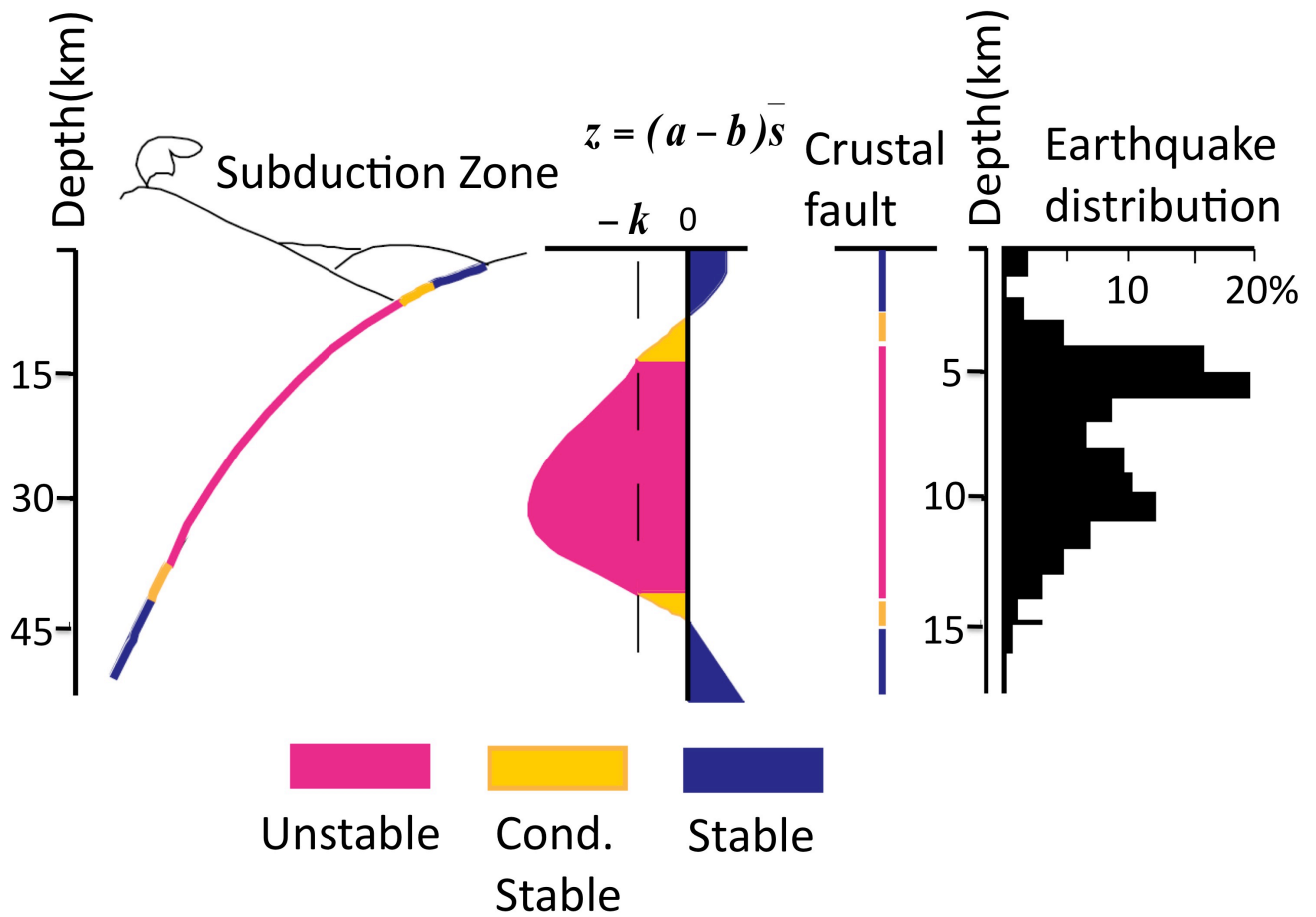


Fig.10, The frictional parameter ( $A-B$ ) and the stability as a function of the depth of the crustal faults and subduction zone and the earthquake distribution<sup>11)</sup>. The stability of the yellow zone depends on the effective spring constant of the fault.