

2014年度実力テスト(基礎物理問題)

2015年1月8日(木)

16:20~17:20 60分

解答上の注意

- ・すべての解答用紙に学生番号・氏名を記入すること。
- ・答えは解答用紙の授業科目の欄に問題番号を記入し、一枚の解答用紙に一問の答えを記入すること。ただし、解答欄が不足する場合は裏面を使ってよい。その場合にはその旨を表面に明記すること。
- ・解答用紙はすべて提出すること。解答用紙が綴じてある場合には綴じたままの状態提出すること。
- ・途中退出は不可とする。

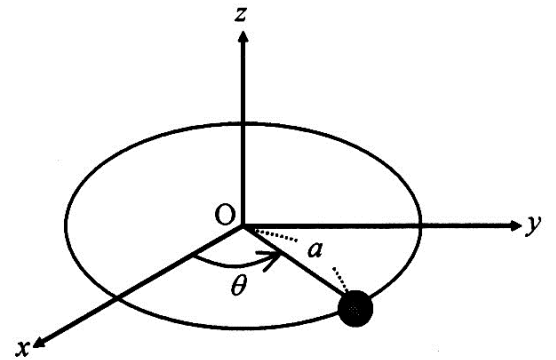
1 力学

xy 平面内において半径 a の円周上を質量 m の質点が運動している。
 x 軸と動径のなす角 θ が

$$\theta = \omega \cdot t + \frac{1}{2} \beta t^2$$

で表される。時間 t のとき、次の諸量を t の関数として求めよ。

但し a, m, ω, β は定数である。



- (1) 運動量の成分 (P_x, P_y)
- (2) 運動量の動径成分 P_r と方位角成分 P_θ
- (3) 角運動量の z 成分 L_z
- (4) 運動エネルギー K
- (5) 質点に働いている力の動径方向成分 F_r と方位角方向成分 F_θ
- (6) 質点に作用している力のモーメント N_z

2 電磁気学

(i) 原点に点電荷 Q がある。この電荷の作る電場をデカルト座標系、極座標系、および円筒 (円柱) 座標系の基本ベクトルを使って書きなさい。

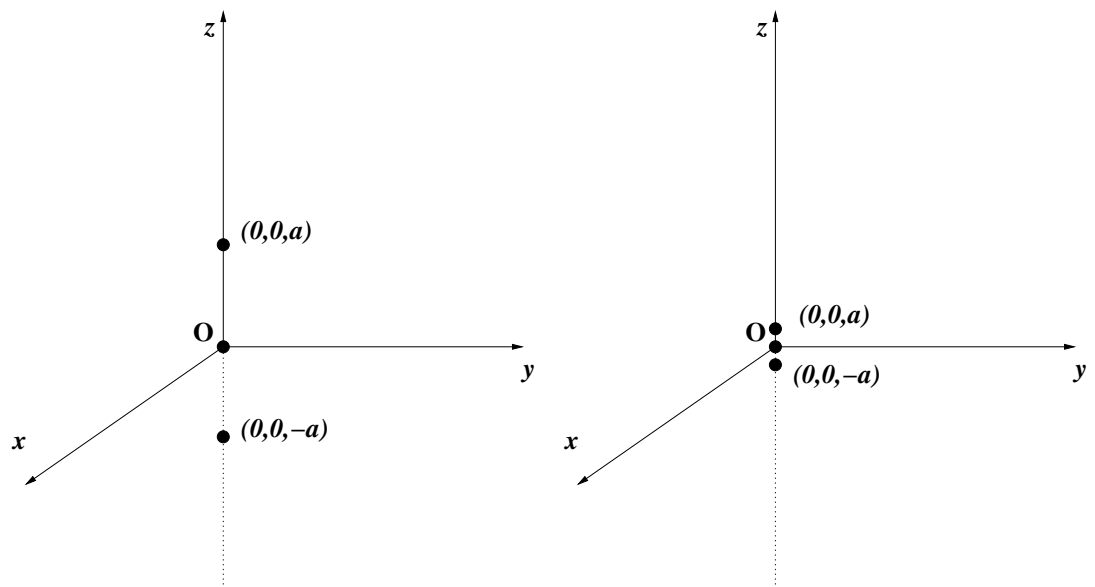
また、この電場のようすを図に示しなさい。(当然ながら、図は一つで良い)

(ii) 3 個の点 $(0, 0, a)$, $(0, 0, 0)$, $(0, 0, -a)$ にそれぞれ点電荷 Q がある。この電場のようすを図に示しなさい。ここで座標系はデカルト座標系を使い

(い) 原点付近のようす

(う) 原点から十分に離れた空間でのようす

を描きなさい。必要なら電気力線を描いても良い。



(い)

(う)

(iii) z 軸に一様な電荷密度 σ [C/m] で分布した電荷 (無限直線電荷) の作る電場をガウスの法則

$$\int_{\text{閉曲面 } S} \vec{E} \cdot \hat{n} dS = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad \text{ここで } Q \text{ は閉曲面 } S \text{ 内部の総電荷量}$$

を使って求めなさい。可能なら電場の対称性等、明確に示すと加点する。

3 量子力学

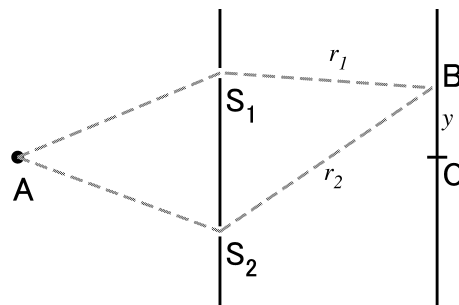
問1：1次元井戸型ポテンシャル中を運動する粒子の運動を考える。無限に高いエネルギー障壁により、粒子は区間 $0 \leq x \leq L$ に閉じ込められているものとする。

1. 波動関数 $\varphi(x)$ の満たすべき境界条件を示せ。
2. この系の波動関数は $\varphi_n(x) = N \sin k_n x$ で表される。ここで、 $k_n = \pi n/L$ であり、 $n = 1, 2, 3, \dots$ である。 $\varphi_n(x)$ が境界条件を満たすことを示せ。
3. 規格化定数 N を求めよ。
4. 波動関数が $\varphi = \varphi_n(x)$ で表される状態について、運動量を測定した。どのような値が観測されるかを述べよ。また、運動量の期待値を示せ。

問2：運動量の大きさ $p = \hbar k$ で入射された粒子が二重スリットを通過してスクリーンに到達する状態を考える。1つのスリットを通った粒子は球面波状に伝搬する。このとき、波動関数は $\varphi = N \exp(ikr)$ で表される。ただし r はスリットからの距離である。また、 N は規格化定数である。

ここで、下図の様に、点Aから入射された粒子がスクリーン上の点Bに到達する場合を考える。スリット S_1 および S_2 から点Bまでの距離をそれぞれ r_1 、 r_2 とする。また、スクリーン上の原点Oから計った点Bの位置座標を y で表す。このとき、 r_1 と r_2 の差を y の関数として $r_1 - r_2 = \Delta_r(y)$ と表すこととする。

1. 点Bに到達する粒子の波動関数は、スリット1を通った場合の波動関数 φ_1 とスリット2を通った場合の波動関数 φ_2 の重ね合わせとして $\varphi = (\varphi_1 + \varphi_2)/\sqrt{2}$ で表されるものとする。 φ を $\Delta_r(y)$ を用いて表せ。
2. スクリーン上の粒子の存在確率密度を示せ。



問3：粒子が二重スリットを通過した時の量子力学的な運動の特徴を、古典力学との比較を含めて説明せよ。問2の結果を用いて記述しても良い。