

2013年度実力テスト(基礎物理問題)

2013年1月9日(木)

16:20~17:20 60分

解答上の注意

- ・すべての解答用紙に学生番号・氏名を記入すること。
- ・答えは解答用紙の授業科目の欄に問題番号を記入し、一枚の解答用紙に一問の答えを記入すること。ただし、解答欄が不足する場合は裏面を使ってよい。その場合にはその旨を表面に明記すること。
- ・解答用紙はすべて提出すること。解答用紙が綴じてある場合には綴じたままの状態提出すること。
- ・途中退出は不可とする。

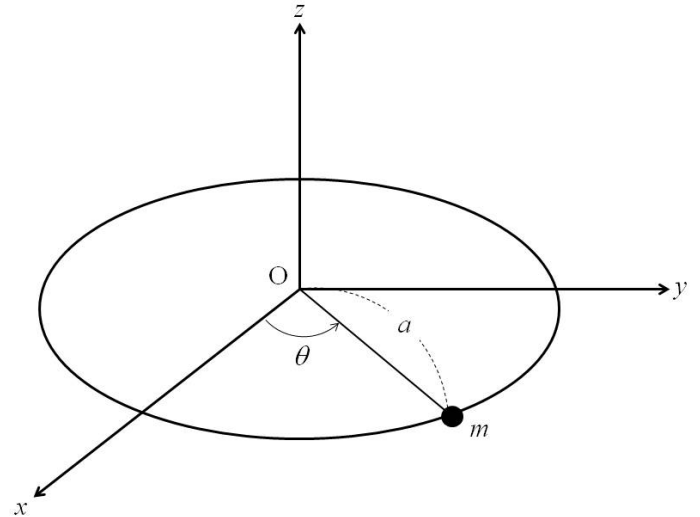
1 力学

xy 平面内において、半径 a の円周上を質量 m の質点が円運動している。 x 軸と動径のなす角 θ が、

$$\theta = \omega t$$

で表せるとする。時刻 t の時の次の諸量を求めよ。

- (1) 運動量の成分 (p_x, p_y)
- (2) 運動量の動径成分 p_r と方位角成分 p_θ
- (3) 角運動量の成分 L_z
- (4) 運動エネルギー T
- (5) 質点に働いている力の動径方向成分 F_r 、 F_θ
- (6) 質点に作用している力のモーメント N_z



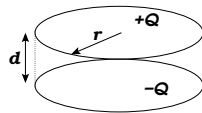
実力試験問題

2 電磁気学

(1) 真空中に、電荷面密度 $\sigma_0[\text{C}/\text{m}^2]$ で一様に帯電した無限に広い平面がある。ここではこれを「面電荷」と呼ぶことにする。また真空の誘電率を ϵ_0 と書く。

この面を x - y 平面とした座標系を使って「面電荷」が作る電場を求めなさい。

(2) (1) で求めた「面電荷」の作る電場を使って、以下の問いに答えなさい。有限の広さを持つ面積 $S = \pi r^2$ の円板が作る電場は平板に十分近いところでは「面電荷」の作る電場で表される。下図のような真空中の平行平板コンデンサーを考え、この電極がそれぞれ電荷 $Q(> 0)[\text{C}]$, $-Q[\text{C}]$ の電荷を持つとして、電極内部の電場を決定しなさい。電荷は、一様に分布しており、 d は r に比べて十分小さく、円板の端の影響は無視できると考えてよい。



(3) 電場の持つエネルギー密度は

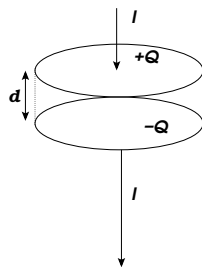
$$u(\vec{r}) = \frac{\epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}) \cdot \vec{E}(\vec{r})}{2}$$

で与えられる。この式を使ってコンデンサーの電場の全エネルギーを計算しなさい。

(4) コンデンサーの極板間の電位差 V を求め、静電容量の定義にしたがって、この平行平面コンデンサーの静電容量 C を求めなさい。

(5) (2) で求めた静電場のエネルギーを C と V を使って書きなさい。

(6) このコンデンサーを下図のように、微小な電流 I でゆっくり充電するときの極板間の変位電流と、変位電流が作る磁束密度を求めなさい。



3 量子力学

長さ L の 1 次元リング上の粒子の運動を考える。波動関数 $\varphi(x)$ は区間 $0 \leq x \leq L$ 上で定義される。粒子の質量は m とする。粒子の質量を m として、以下の問いに答えよ。ただし、問 3~6 に関しては計算の過程も示すこと。

1. 波動関数 $\varphi(x)$ は周期的境界条件を満たす。これを式で記述せよ。
2. 定常状態に関するシュレディンガー方程式を示せ。
3. シュレディンガー方程式より、波動関数として $\varphi(x) = N \exp(ikx)$ が得られる。ここで、規格化定数 N を求めよ。
4. 周期的境界条件より、 n 番目の準位についてエネルギー E_n と波動関数 $\varphi_n(x)$ を求めよ。
5. 時間に依存するシュレディンガー方程式を示せ。
また、こちらの方程式の解を $\psi(x, t)$ とする。 n 番目の準位に対する波動関数 $\psi_n(x, t)$ を求めよ。
6. $\psi_n(x, t)$ が定常状態を表すことを示せ。
7. 時刻 $t = 0$ において、 $\psi(x, 0) = f(x)$ と表されたとする。このとき、 $\psi(x, 0)$ を $\varphi_n(x)$ の重ね合わせ

$$\psi(x, 0) = \sum_n c_n \varphi_n(x)$$

と表したい。係数 c_n はどのようにして求めれば良いか。

8. 前問の手順により c_n をすべて求めることができたとする。このとき、 $t > 0$ における $\psi(x, t)$ を求めよ。